АВТОНОМНАЯ НЕКОММЕРЧЕСКАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ЧАСТНАЯ ШКОЛА «УСПЕХ»

СОГЛАСОВАНО
Педагогическим советом
Протокол № _____ от _____2026г.

УТВЕРЖДЕНО
Директор _____ / М.А. Руденко /
Приказ № _____ от _____2026 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
курса внеурочной деятельности «Олимпиадная математика»
для обучающихся 5-9 классов

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат 029D20AC0031B37FB845F35798834AEFF4
Действителен 06.08.2025 - 06.11.2026
Владелец ЧАСТНАЯ ШКОЛА "УСПЕХ"

Пояснительная записка

Программа курса внеурочной деятельности «Олимпиадная математика» разработана на основе примерной рабочей программы курса внеурочной деятельности «Олимпиадная математика. 1–9 классы» под редакцией Л.Г. Петерсон, О.Н. Агахановой.

Программа направлена на выращивание математических способностей и одаренности детей, их общеинтеллектуальное и личностное развитие, повышение качества подготовки к математическим олимпиадам и качества математического образования в целом.

Математические олимпиады в настоящее время принято считать элитным направлением: в них вовлечено ограниченное число школьников, чаще всего из математических классов или профильных образовательных организаций. При этом мощный ресурс олимпиадной математики как эффективного инструмента интеллектуального и личностного развития детей в массовой школе используется недостаточно.

Олимпиадные задачи — это, как правило, нестандартные задачи, поэтому для их решения недостаточно просто применить приобретенные на уроках знания и умения. Решение любой олимпиадной задачи — это всегда пусть маленькое, но открытие, демонстрирующее красоту математической мысли и позволяющее пережить радость творчества и удовольствие от интеллектуальной деятельности. Решение олимпиадных задач развивает у каждого ребенка глубину и гибкость мышления, воображение, самостоятельность и трудолюбие, творческие способности, повышает интерес к математике и уровень математической подготовки. Поэтому вовлечение в олимпиадную математику важно для всех учеников: математически одаренные дети в творческой среде смогут полнее реализовать свой потенциал и вырастить свой математический талант, сохраняя физическое и психическое здоровье, а все остальные — развить свои математические способности и успешнее учиться, что пригодится в любом деле.

Между тем, можно выделить целый ряд проблем, создающих препятствия для привлечения в олимпиадную среду учащихся массовой школы: недостаточная мотивация школьников к участию в олимпиадном движении, «оторванность» олимпиадной математики от основного школьного курса, недостаточная системность олимпиадной подготовки, отсутствие преемственности между разными уровнями образования.

Целью курса «Олимпиадная математика» является вовлечение обучающихся в математическую деятельность, развитие их познавательной мотивации, мышления, творческих способностей, формирование опыта решения нестандартных задач, знакомство с олимпиадными подходами и за счет этого — повышение уровня их общей математической подготовки, качества углубленного изучения математики и результативности олимпиадного движения в начальной и основной школе.

Образовательный процесс в курсе «Олимпиадная математика» строится на основе дидактической системы деятельностного метода «Учусь учиться» (Л.Г. Петерсон), реализующей системно-деятельностный подход, где в качестве теоретической базы выбрана общая теория деятельности ММК (Московский методологический кружок) и ММПК (Московский методолого-педагогический кружок) (Г.П. Щедровицкий, О.С. Анисимов).

Ключевым инструментом, обеспечивающим реализацию принципа развития в курсе «Олимпиадная математика», является закон рефлексивной самоорганизации (РСО). РСО — это процесс, в котором происходит развитие человека посредством «правильного» (эффективного) преодоления затруднений. Суть закона РСО состоит в том, что в ситуации затруднения следует направить свои эмоциональные и интеллектуальные ресурсы на выявление причины, которая мешает двигаться вперед, и ее целенаправленно устранить.

Формы проведения занятий: фронтальная, групповая, индивидуальная; консультации, обсуждение проблемных вопросов, математические соревнования.

Виды деятельности обучающихся: познавательная, аналитическая, практическая, проблемно-ценностное общение; решение задач повышенной сложности, на логику, анализ данных, формулировка гипотез, проверка результатов, решение и оформление практических задач, анализ работ учеников разных лет, подготовка к олимпиадам.

По всем разделам программы имеется возможность использования электронных (цифровых) образовательных ресурсов.

Курс рассчитан на 170 часов, в 5-9 классе по 34 часа (1 час в неделю).

Содержание курса внеурочной деятельности

Содержание курса «Олимпиадная математика» структурировано в 21 тематическую линию. Эти линии непрерывно развиваются с 1 по 9 класс, достаточно полно представляя традиции олимпиадной подготовки и углубляя содержание школьной программы по математике.

Содержание курса на каждом этапе обучения учитывает возрастные особенности развития детей.

I этап — мотивационный (подготовительный) (1–2 классы)

Основной задачей данного этапа является развитие мышления школьников и формирование мотивации к решению нестандартных математических задач на основе механизма «надо» — «хочу» — «могу».

На данном этапе реализуется проект «Задача дня». Детям систематически предлагаются нестандартные математические задачи в зоне их ближайшего развития («надо») и создается ситуация успеха, которая всегда вызывает радостные чувства и эмоции («хочу»). В результате удовлетворяются базовые потребности детей в безопасности, общении и поддержке, накапливается опыт решения нестандартных задач, готовится мышление и снимается страх перед новым и незнакомым («могу»). Здесь же происходит первое знакомство детей с коммуникативными ролями «автора» и «понимающего», а также ролями «мыслителя», решающего математическую задачу. Все эти роли построены не случайным образом, а на основе общих методологических понятий коммуникации и рефлексивной самоорганизации (РСО).

II этап — ознакомительный (3–6 классы)

Основной задачей данного этапа является знакомство учащихся с базовыми подходами, методами и приемами решения олимпиадных задач в соответствии с содержанием курса «Олимпиадная математика», а также формирование первичного опыта применения этих методов.

На данном этапе реализуется технология «Математический театр», которая позволяет создать в классе творческую среду, где выращиваются навыки общения и коммуникации, уважение и признание достижений каждого учащегося, устойчивая познавательная мотивация, вера в себя. Роли мыслителя, которые дети постепенно осваивают на данном этапе, дают возможность овнешнить внутренние мыслительные действия по решению нестандартных интеллектуальных задач, сделать их доступными для детей с разными типами мышления и за счет этого вовлечь более широкий круг учащихся в олимпиадное движение.

III этап— практический (7–9 классы)

На данном этапе увеличивается доля самостоятельности учащихся в применении метода рефлексивной самоорганизации при решении олимпиадных задач. Продолжается отработка базовых приемов и методов олимпиадной математики, но основной задачей становится теперь освоение общих подходов к решению нестандартных задач, применение их к решению более сложных, «многоходовых» задач и переход к самостоятельной разработке новых способов.

Использование технологии «Математический театр» помогает поддерживать в классе творческую среду, окрашенную позитивными эмоциями. При этом роли «мыслителя», овнешняющие умственные действия при решении нестандартных задач, постепенно переходят во внутренний план, их исполнение автоматизируется и становится прочной базой не только самостоятельного применения новых подходов к решению нестандартных математических задач, но и самостоятельного поиска (например, появляются задачи на дополнительные построения в геометрии, где недостаточно «знать», а нужно «увидеть» новый, неожиданный способ решения).

Соответственно, коллективные и групповые формы достижения успеха в решении олимпиадных задач все чаще дополняются индивидуальными. Все это отвечает потребностям детей в познании, открытии, созидании, порождает важное для их познавательной мотивации интеллектуальное удовольствие и уважение к достижениям (своим и других).

В результате прохождения учащимися этих трех этапов открывается возможность не только повысить качество олимпиадной и общей математической подготовки учащихся, но и создать в классе среду уважения к успеху и стремления к успеху, развить их познавательную мотивацию, поддержать психологическое здоровье детей и их личностный рост к наивысшим уровням развития.

В данной программе изучаются окончание II и III этапы.

ОЗНАКОМИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП («МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ТЕАТР»). 5−6 классы

Цель этапа: создать для каждого учащегося 5−6 классов возможность качественной олимпиадной подготовки по математике посредством вовлечения в самостоятельную математическую деятельность, развития мышления, мотивации, освоения методов и формирования системного опыта решения олимпиадных математических задач.

Задачи этапа

1) создать творческую, доброжелательную, безопасную (с позиции права на ошибку) образовательную среду, ориентированную на поддержку успеха каждого ученика относительно себя;

2) вовлечь учащихся на основе системно-деятельностного подхода (система «Учусь учиться») в математическую деятельность, создать возможность самостоятельного открытия ключевых методов и приемов решения математических олимпиадных задач, тренировать умение их применять;

3) снять у детей неуверенность и страх при решении нестандартных задач, создать возможность для каждого ученика системно переживать ситуацию успеха, радость победы, получать удовольствие от интеллектуальной математической деятельности;

4) сформировать у школьников умение решать нестандартные задачи на основе метода рефлексивной самоорганизации;

5) тренировать мыслительные операции, навыки парной и групповой работы, коммуникативные умения в позициях «автора», «понимающего», «критика», «организатора»;

6) создать качественное содержание олимпиадной подготовки по математике, связанное как с содержанием школьного курса математики (за основу взят курс математики «Учусь учиться»), так и с содержанием математических олимпиад разных уровней (вплоть до всероссийской олимпиады школьников).

Устойчивое мотивационное напряжение учащихся, необходимое для включения в любую коллективную деятельность (в том числе, деятельность по решению олимпиадных задач) может проявиться только при условии удовлетворения таких базовых потребностей человека, как потребности в безопасности, причастности (теплых человеческих отношениях) и самоутверждении. Для создания среды, отвечающей этим требованиям, используются приведенные выше методологические и дидактические принципы «Олимпиадной математики», а также конкретизирующие их правила.

Содержание ознакомительного этапа («МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ТЕАТР», III−IV ступени)

Содержание курса «Математический театр» согласовано с содержанием непрерывного курса математики «Учусь учиться» для 3−6 классов и структурировано в 21 тематическую линию, которые преемственно продолжают содержание подготовительного этапа курса «Олимпиадная математика 1-4 классы» и создают базу для его развития на практическом этапе в 7–9 классах.

I. АРИФМЕТИКА

1. Суммы

Прием разбиения на пары для подсчета сумм чисел, идущих через равные промежутки. Определение четности количества чисел в ряду. Формула суммы чисел от 1 до n. Разбиение на пары групп чисел с равной суммой.

Метод подсчета двумя способами в арифметических задачах. Использование подсчета двумя способами в доказательствах «от противного», при решении задач с арифметическими таблицами, геометрических задач. Введение переменной для дальнейшего двойного подсчета.

Среднее арифметическое, его свойства (изменение при увеличении всех чисел набора на некоторое число и в некоторое число раз; оценка среднего арифметического сверху и снизу наибольшим и наименьшим числами набора; неизменность среднего арифметического при добавлении числа, равного среднему арифметическому чисел набора).

2. Числа и их свойства

Конструкции с обыкновенными и десятичными дробями. Представление чисел в виде обыкновенных дробей с числителем 1 и разными знаменателями. Применение арифметических свойств дробей, правила сокращения дробей. Уменьшение чисел на интервале (0; 1) при возведении в степень. Приемы решения задач на равномерное распределение частей между несколькими людьми.

Использование отрицательных чисел в конструкциях как метод устранения мнимых противоречий. Зависимость знака произведения от знаков множителей. Приемы решения задач на оценку и пример, связанные с отрицательными числами. Использование отрицательных чисел в задачах с числовыми оценками.

3. Закономерности

Конструкции с предварительным анализом. Конструирование путем разбиения на аналогичные подзадачи в задачах на разрезание, составление числовых конструкций.

Последовательное конструирование (конструирование путем рассмотрения более простых задач и дальнейшего обобщения на исходную задачу). Бесконечные процессы. Понятие базовой конструкции, шага. Прием разбиения процесса на последовательность этапов, на каждом из которых изменяются свойства только одного элемента.

4. Время и движение

Приемы решения арифметических задач о промежутках времени. Учет разницы часовых поясов. Идея о задачах на движение по реке на примере задач про отстающие и спешащие часы. Конструкции в задачах про время.

Задачи на относительное движение (движение навстречу, в противоположных направлениях, вдогонку, с отставанием) с неполными данными. Разбор случаев в задачах на движение.

Использование нестандартных чертежей при решении задач на движение. Изображение скоростей движения в частях (единичных отрезках). Масштабирование скорости. Использование более крупных единиц времени для уравнивания расстояний.

Недельная и годовая цикличность. День недели как остаток от деления на 7. Способы построения конструкций и доказательства невозможности построения конструкций в задачах про календарь.

Движение по кругу. Изображение скоростей движения в условных единицах (дугах). Движение стрелок часов, исследование количества их пересечений. Понятие градусной меры дуги на примере углов между часовой, минутной, секундной стрелками.

II. ГЕОМЕТРИЯ

1. Геометрическое мышление

Понятие развертки. Нахождение различных разверток куба. Способы изображения «склеивающихся» граней при изображении развертки куба.

Изображение фигур, состоящих из кубиков. Три вида объемной фигуры. Восстановление объемной фигуры по трем ее видам.

Изображение многогранников по заданному количеству вершин, ребер и граней (тетраэдр, пирамида, октаэдр, усеченная пирамида). Развертки многогранников. Оклеивание объемных фигур. Пути на поверхности объемных фигур.

2. Площади

Пентамино. Получение фигур пентамино из тетрамино с помощью геометрического метода перебора. Использование симметрии при решении задач на разрезание.

Введение дополнительной сетки (укрупнение или уменьшение клеток, наклонная сетка). Первичные представления о движениях плоскости (параллельный перенос, поворот). Перпендикулярность на клетчатой бумаге.

Приемы решения задач на перекраивание фигур («разрежь и составь»). Равносоставленные фигуры.

Разрезание неклетчатых фигур. Введение вспомогательной сетки. Разрезание фигур на подобные. Использование вспомогательной раскраски при решении задач на разрезание. Задачи на разрезание с оценкой и примером.

3. Геометрические неравенства

Конструкции с отрезками и ломаными. Вычисление периметров фигур. Связь между длинами отрезков на прямой.

Приближенное вычисление длин ломаных и кривых при помощи нити. Подсчет количества кратчайших путей в графе. Задача о нахождении диагонали кирпича. Кратчайшие пути по граням куба, параллелепипеда.

Варианты расположения точек на прямой. Координата середины отрезка числовой прямой. Расстояние между серединами отрезков.

Неравенство треугольника. Доказательство неравенства треугольника с использованием построений. Оценка суммы длин диагоналей четырехугольника через его периметр.

III. АЛГЕБРА

1. От чисел к буквам

Выбор удобной переменной в текстовых задачах. Сравнение метода введения переменных с методом доказательства единственности решения задачи с помощью числовых оценок.

Десятичная запись (представление натурального числа в виде a + 10b + 100c + …). Признаки делимости, связанные с десятичной записью числа. Использование десятичной записи при решении буквенных ребусов и для доказательств «от противного». Сведение задачи к простейшим уравнениям в цифрах с дальнейшим перебором вариантов, использованием свойств делимости.

2. Функциональные зависимости

Использование формул при решении нестандартных текстовых задач. Формулы площади прямоугольника, объема и площади поверхности куба, прямоугольного параллелепипеда.

Доказательство формул перевода единиц измерения площади, объема. Нестандартные единицы измерения.

Понятие взаимно однозначного соответствия между множествами. Разбиение объектов на пары как пример взаимно однозначного соответствия. Использование взаимно однозначного соответствия для сравнения мощностей множеств. Примеры

соответствий, не являющихся взаимно однозначными. Взаимно однозначное соответствие в простых комбинаторных задачах.

Прямая и обратная пропорциональность. Использование пропорций при решении нестандартных текстовых задач. Свойство суммы и среднего арифметического пропорционально изменяемых чисел.

3. Неравенства и оценки

Сравнение многозначных чисел. Нахождение наибольшего или наименьшего многозначного числа с определенными свойствами. Использование правил сравнения чисел для доказательства минимальности и максимальности.

Метод перебора в арифметических задачах. Перебор по количеству объектов одного из двух типов. Задачи про «ноги и головы». Оценки, основанные на изменении количества объектов одного типа на единицу. Четность как инструмент упрощения перебора и доказательства невозможности.

Оценки величины «сверху» и «снизу». Ограничение перебора с помощью оценок. Двусторонние оценки как метод доказательства единственности ответа. Простейшие действия с неравенствами. Оценки, связанные с делимостью. Решение двойных неравенств с натуральными числами.

Транзитивность неравенств. Использование промежуточного числа (посредника) для доказательства числовых неравенств. Использование нескольких посредников. Уменьшение чисел на интервале (0; 1) при возведении в степень.

IV. ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

1. Делимость

Делимость и ее свойства. Доказательство признаков делимости на 2, 4, 8, 5, 25, 10, 3, 9, их обобщение. Отсутствие обобщения признака делимости на 9 на признак делимости на 27.

Разложение натурального числа на простые множители. НОД и НОК. Простые числа. Делимость как инвариант.

Другие признаки делимости, связанные с десятичной записью числа (на 7, 11, 13 и др.).

Задачи на оценку и пример, связанные с признаками делимости: на нахождение минимального числа с указанными свойствами делимости, числа с наименьшей суммой цифр.

Каноническое разложение натурального числа. Степень вхождения простого делителя. Четность степеней вхождения простых множителей в каноническое разложение точного квадрата.

2. Остатки

Признак делимости на 10. Последняя цифра как остаток от деления на 10. Правила изменения последней цифры при арифметических операциях (сложение, вычитание, умножение).

Повторяемость на числовом луче чисел, делящихся на n. Повторяемость чисел, дающих определенный остаток при делении на n.

Способ определения остатка числа, связанный с соответствующим признаком делимости. Делимость на n разности числа и его остатка от деления на n. Сумма цифр. Делимость разности числа и его суммы цифр на 3 и 9. Раскладывание числа на разное количество частей с данным остатком.

Остатки от деления целых чисел на натуральные. Общий вид числа с определенным остатком при делении на число. Арифметические свойства остатков.

Задачи на остатки с доказательством по принципу Дирихле. Зацикливание остатков степеней.

V. ЛОГИКА

1. Математическая логика

Логические задачи с неединственным ответом. Перебор, использующий высказывания о существовании и всеобщности. Отрицание высказываний о существовании и всеобщности. Отрицание высказываний с «больше», «меньше», «больше или равно», «меньше или равно».

Метод «от противного». Логические таблицы. Отрицание высказываний с «и», «или», более сложных высказываний. Логические задачи на оценку и пример.

Доказательства, использующие чередование объектов. Расположение объектов по кругу.

2. Принципы решения задач

Анализ задачи с конца (обратный ход) в арифметических и логических задачах. Сравнение с методом введения переменной. Табличное представление анализа с конца. Рассмотрение последнего шага процесса, его использование для доказательств в логических задачах.

Задачи с вопросом «сколько нужно взять?». Использование отрицаний элементарных высказываний при решении задач.

Формальное введение принципа Дирихле. Связь с доказательством «от противного». Обобщения принципа Дирихле. Принцип Дирихле в геометрических задачах. Остатки и принцип Дирихле.

3. Алгоритмы и конструкции

Переливания (задачи на отмеривание определенного количества жидкости при помощи двух или более емкостей и источника воды). Табличная форма записи шагов алгоритма. Укрупнение шагов алгоритма при наличии повторяющихся групп действий (идея алгоритмических циклов).

Переправы. Организация перебора в задачах на переправы, удобная форма записи решения. Идея промежуточных обратных действий для работы алгоритма (перевоз объекта обратно).

Составление алгоритмов угадывания с помощью вопросов, на которые можно ответить только «да» или «нет». Доказательство несостоятельности алгоритма, позволяющего при одинаковых начальных данных получить различные ответы.

Взвешивания. Составление алгоритмов определения фальшивых монет с помощью взвешиваний. Прямая и косвенная информация. Понятие о количестве информации. Доказательство невозможности построения алгоритма при недостаточном количестве взвешиваний. Задачи на испытания с другими сюжетами.

4. Игры и стратегии

Симметричная стратегия в играх. Доказательство симметричной стратегии. Симметричная стратегия с «центром». Примеры неверного использования симметричной стратегии.

Выигрышные позиции как метод конструирования стратегии.

Игры на опережение. Игры, в которых один игрок может гарантировать себе «ничью».

VI. КОМБИНАТОРИКА И ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

1. Комбинаторика

Использование схем (графов) для удобства подсчета количества связей (дорог, рукопожатий). Доказательства невозможности построения графа с определенным количеством связей. Подсчет общего количества игр в однокруговом турнире. Связь между прямым подсчетом числа связей по схеме и двойным подсчетом через суммарное количество выходящих «связей».

Дерево вариантов для решения комбинаторных задач. Переход от дерева вариантов к правилу произведения (правилу «И»). Подсчет количества чисел с определенными свойствами.

Правило суммы (правило «ИЛИ») и правило произведения (правило «И»), определение ситуаций для использования каждого правила. Задачи, требующие использования комбинации этих правил.

Перестановки без повторений и с повторениями на примере анаграмм слова. Вывод формулы для числа перестановок из правила произведения. Факториал и его свойства. Перестановки с повторениями. Вывод формулы.

2. Теория множеств

Диаграмма Эйлера-Венна для двух, трех и более множеств. Пересечение и объединение множеств, различные методы подсчета количества элементов в пересечении и объединении на готовых диаграммах.

Введение вспомогательной диаграммы для решения задачи. Работа со множествами с неизвестным количеством элементов. Логические задачи на множества, связанные с долями и дробями.

Метод дополнения в задачах. Использование кругов Эйлера и метода дополнения в комбинаторных задачах, в том числе для вычисления количества чисел в диапазоне, делящихся или не делящихся на какие-то числа.

Метод введения переменной при решении задач про множества.

VII. КОМБИНАТОРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

1. Раскраски и разбиения

Чередование объектов как частный случай «шахматной» раскраски. Чередование объектов в ряду, по кругу. Относительное количество чередующихся объектов. Четность суммы чисел в промежутке. Связь чередования и разбиения на пары. Разрезания шахматной доски. Идея использования заданной шахматной раскраски в доказательствах.

Шахматная раскраска досок, ее использование для оценок и доказательств. Обобщение шахматной раскраски на другие объекты. Шахматная раскраска ребер и граней куба. Принцип Дирихле в задачах с раскраской. Использование раскраски для нахождения и доказательства единственности примера.

Виды раскрасок клетчатых досок в два и более цвета. Раскраска полосами, диагональная раскраска в несколько цветов, «крупная» шахматная раскраска. Доказательство невозможности разрезания на основе раскраски

2. Теория графов

Изображение графов. Граф как способ удобного представления связей между объектами. Изоморфизм графов. Различные способы изображения связей. Неориентированные и ориентированные связи.

Исследование возможности нарисовать фигуру одним росчерком. Теорема Эйлера как формальный способ проверить, можно ли нарисовать фигуру одним росчерком. Нечетность степеней вершин как способ выявления концов пути.

Полный граф. Количество ребер в полном графе. Графы шахматных фигур и количество ребер в них. Двудольный граф как модель связей между объектами двух типов. Представление турнира в виде графа.

Формальное определение графа. Вершины, ребра, степени вершин. Лемма о рукопожатиях как способ подсчета количества ребер в графе через сумму степеней вершин. Свойство четности количества вершин нечетной степени в графе. Лемма о хороводах.

3. Комбинаторная геометрия

Покрытие плоскости одинаковыми фигурами (паркеты). Понятие о многоугольнике. Паркеты в форме правильных многоугольников (треугольники, квадраты, шестиугольники). Замощение клетчатыми фигурами. Замощение многоугольниками неправильной формы. Замощение невыпуклыми многоугольниками. Задачи о наиболее плотной укладке.

Невыпуклые фигуры как средство преодоления мнимых противоречий. Задачи о пересечении фигур.

ПРАКТИЧЕСКИЙ ЭТАП. 7–9 КЛАССЫ

Содержание этапа

Содержание практического этапа курса «Олимпиадная математика» по каждой из 21 тематических линий преемственно продолжает содержание ознакомительного этапа «Математический театр». Согласовано с содержанием непрерывного курса математики «Учусь учиться» для 7–9 классов.

I. АР ИФМЕТИКА

1. Суммы

Телескопическое суммирование. Суммы с переменными пределами. Использование формул сокращенного умножения (разность квадратов, кубов), разложения многочленов на множители при вычислении сумм.

Последовательности. Числа Фибоначчи как пример рекуррентного соотношения. Свойства чисел Фибоначчи, связанные с суммированием. Примеры задач, при решении которых возникает последовательность Фибоначчи.

Применение арифметической, геометрической прогрессий и их свойств при решении задач. Понятие о рекуррентных соотношениях.

2. Числа и их свойства

Определение рационального числа. Доказательство рациональности периодических дробей. Конструкции с рациональными числами.

Определение иррационального числа. Доказательство иррациональности чисел на примере числа 2. Сопряженные иррациональные числа. Умножение выражения на сопряженное. Рациональность и иррациональность суммы, разности, произведения и частного иррациональных чисел. Иррациональность бесконечных непериодических десятичных дробей.

Приложения иррациональных чисел. Иррациональность в алгебраических задачах. Связь между диагональю и стороной квадрата. Невозможность построения

правильного треугольника с вершинами в узлах сетки. Применение идей о рациональности и иррациональности в геометрических задачах.

3. Закономерности

Обобщение числовой задачи на задачу с переменным количеством элементов. Формулы числовых закономерностей. Введение формул закономерностей при подсчете количества объектов в арифметических, геометрических, логических и комбинаторных задачах.

Метод математической индукции. Формальное введение метода. База, шаг индукции. Доказательство алгебраических равенств (формул закономерностей) с помощью метода математической индукции. Задачи с шагом, отличным от 1.

Более сложные схемы математической индукции. Индукция со ссылкой на несколько предыдущих элементов. Возвратная схема математической индукции, примеры неправильного применения метода математической индукции. Использование метода математической индукции при решении геометрических, комбинаторных, комбинаторно-геометрических, теоретико-числовых задач.

4. Время и движение

Относительное движение. Переход в систему координат, связанную с одним из объектов, движущимся по прямой или по окружности. Движение мимо протяженных объектов. Движение по реке. Задачи о двигающемся эскалаторе.

Задачи на движение с несколькими переменными. Применение неравенства Коши о среднем арифметическом и среднем геометрическом для двух чисел, неравенства Штурма в задачах на движение.

Сведение текстовых задач (на движение, совместную работу и т. д.) к линейным и нелинейным системам с несколькими переменными.

II. ГЕОМЕТРИЯ

1. Геометрическое мышление

Задачи на построение. Решение нестандартных задач на построение, нахождение ГМТ. Использование симметрии в задачах на построение. Построение кратчайших путей. Биссектрисы, серединные перпендикуляры как ГМТ.

Решение задач, использующих дополнительные построения: удвоение медианы, откладывание равного отрезка на продолжении стороны («спрямление»), построение середины отрезка, проведение высот, вспомогательной окружности.

Движения плоскости и их использование при решении геометрических задач. Центральная, осевая и скользящая симметрия. Поворот. Параллельный перенос. Гомотетия, поворотная гомотетия.

2. Площади

Формула площади треугольника. Вывод формулы площади произвольного треугольника с вершинами в узлах сетки. Вывод формулы площади произвольного треугольника с помощью метода дополнения. Вычисление площадей фигур с помощью разрезаний на элементарные части (прямоугольники и треугольники).

Метод трансформации площадей, основанный на формуле площади треугольника.

Формула Пика для вычисления площадей многоугольников с вершинами в узлах сетки. Ее доказательство методом математической индукции и применение в задачах.

3. Геометрические неравенства

Неравенство треугольника и дополнительные построения. Использование дополнительных построений при доказательстве геометрических неравенств. Задача о нахождении кратчайшего пути между двумя точками, находящимися по одну сторону от заданной прямой, касающегося этой прямой. Более сложные задачи о кратчайших путях, использующие симметрию и неравенство треугольника.

Неравенство ломаной как обобщение неравенства треугольника. Теорема о монотонности периметра: если внутри одного треугольника находится другой, то периметр внутреннего треугольника меньше периметра внешнего.

Случаи в геометрических задачах. Доказательство правильности дополнительного построения.

4. Аналитические методы в геометрии

Теорема Пифагора. Доказательства теоремы, основанные на свойствах площадей фигур. Применение теоремы Пифагора при решении задач на разрезание.

Декартовы координаты на плоскости. Метод координат для решения геометрических задач. Векторы, их свойства. Использование векторов в геометрических доказательствах.

Теоремы синусов и косинусов. Их применение в геометрических доказательствах.

III. АЛГЕБРА

1. От чисел к буквам

Алгебраические преобразования. Понятие об одночлене, многочлене. Разложение многочленов на множители. Формулы сокращенного умножения и их применение при решении задач.

Многочлены с целыми коэффициентами, их свойства. Свойства коэффициентов многочлена. Теорема Виета для квадратного трехчлена.

Квадратный трехчлен, его свойства.

Доказательство теоремы Безу для многочленов, ее использование при решении задач. Понятие асимптотики на примере зависимости поведения многочлена от знака его старшего коэффициента. Теорема Виета.

2. Функциональные зависимости

Линейная функция. Свободный член и угловой коэффициент, их геометрический смысл. График линейной функции. Точки с целочисленными координатами на прямой. Использование свойств линейной функции при решении нестандартных задач.

Квадратичная функция. Геометрический смысл коэффициентов. График квадратичной функции.

Использование свойств непрерывности графиков функций для решения задач.

Распознавание функций по их свойствам и значениям. Интерполяционные многочлены.

3. Неравенства и оценки

Доказательство неравенств. Неотрицательность квадрата числа. Выделение полных квадратов. Неравенство о средних арифметическом и геометрическом для двух чисел. Неравенство о сумме квадратов трех чисел и их попарных произведениях.

Сведение неравенств к уже известным. Неравенства о средних для двух чисел.

Транснеравенство, неравенство Чебышева. Симметрические и циклические неравенства.

Неравенство Коши — Буняковского — Шварца. Способы его доказательства. Лемма Титу.

Общий случай неравенства о средних. Метод Штурма доказательства неравенств. Доказательство классических неравенств с помощью метода Штурма.

IV. ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

1. Делимость

Алгоритм Евклида. Свойства НОД и НОК. Теорема о линейном представлении НОД, ее использование для нахождения частного решения линейных диофантовых уравнений.

Нелинейные уравнения в целых, неотрицательных, натуральных числах. Использование степеней вхождения простых чисел. Метод бесконечного спуска. Использование сравнений по модулю. Применение разложения на множители, выделения полного квадрата, других ФСУ.

Мультипликативные функции. Функция Эйлера, простейшие примеры вычисления функции. Связь с МТФ. Теорема Эйлера.

2. Остатки

Перебор по остаткам. Остатки квадратов при делении на 3, 4, 5, 7, 8, 9.

Сравнения по модулю. Свойства сравнений. Вопрос о делении сравнений. Сравнения как удобный метод записи перебора по остаткам.

Решение сравнений через сведение к линейным диофантовым уравнениям. Решение линейных диофантовых уравнений.

Малая теорема Ферма. Доказательство через остатки произведений при делении на p. Доказательство по индукции. Теорема Вильсона. Применение МТФ и теоремы Вильсона в задачах теории чисел.

Теория чисел на окружности. Первообразный корень. Порядок (показатель) числа по модулю, его свойства. Классы вычетов. Доказательство МТФ через показатели. Доказательство МТФ через системы вычетов.

V. ЛОГИКА

1. Математическая логика

Приемы решения логических задач на оценку и пример. Доказательства, использующие раскраску объектов и разбиение на группы. Отрицание логического следования.

Использование принципа крайнего при решении логических задач. Логические формулы, их использование для построения отрицаний. Законы де Моргана. Таблицы истинности.

Графы в логических задачах. Примеры комбинированных логических задач, связанных с другими областями математики.

2. Принципы решения задач

Принцип узких мест как инструмент конструирования примеров, доказательства утверждений (в том числе в комбинации с другими методами, такими как метод «от противного»). Рассмотрение наибольшего или наименьшего числа в ряду, упорядочивание. Геометрический принцип крайнего.

Процессы. Инвариант как метод доказательства утверждений, выяснения результата процесса. Инварианты, связанные с теорией чисел (делимость, остатки). Инварианты в геометрических задачах. Раскраска как инвариант.

Полуинвариант, сравнение с инвариантом. Нахождение полуинварианта как метод доказательства конечности процесса. Сумма и произведение чисел как полуинвариант. Полуинварианты в комбинаторной геометрии, теории графов, геометрических задачах.

3. Алгоритмы и конструкции

Понятие о «жадном» алгоритме. «Жадный» алгоритм как метод построения примера, доказательства минимальности или максимальности. Использование «жадного» алгоритма при постепенном конструировании. Отклонение от «жадности».

Составление алгоритмов, работающих вне зависимости от промежуточных результатов работы алгоритма. Связь с системами счисления. Примеры таких алгоритмов в задачах на взвешивания, угадывание, в задачах на клетчатых досках.

Обобщение методов доказательства невозможности построения алгоритма при определенных условиях. Оценка сложности алгоритмов.

4. Игры и стратегии

Стратегия предварительного разбиения ходов на пары в математических играх для двух игроков, связь с темой «Соответствия». Разбиение на пары во время игры. Стратегии создания «заповедников».

Неконструктивное доказательство существования стратегии.

Игры на графах. Использование двоичной системы счисления в теории игр. Игра Ним.

VI. КОМБИНАТОРИКА

1. Комбинаторика

Размещения с повторениями и их использование при решении задач. Размещения без повторений. Вывод формулы и ее запись в виде отношения факториалов.

Число сочетаний и его связь с числом размещений. Вывод формулы. Комбинаторное и алгебраическое доказательства равенств для числа сочетаний.

Свойства чисел сочетаний. Вывод формулы шаров и перегородок. Взаимно однозначные соответствия в комбинаторике. Идея кодирования задач. Комбинаторные задачи с множествами.

Бином Ньютона, треугольник Паскаля, связь между ними. Их применение при решении задач.

2. Теория множеств

Формула включений-исключений для трех множеств.

Обобщение формулы включений-исключений на несколько множеств. Комбинаторное доказательство. Применение формулы включений-исключений при решении задач комбинаторной геометрии.

Индукционное доказательство формулы включений-исключений. Использование изоморфизма множеств для упрощения подсчета числа вариантов.

VII. КОМБИНАТОРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

1. Раскраски и разбиения

Разбиение на группы объектов двух типов, расположенных по кругу. Разбиение досок на части для доказательства оценок. Подсчет общего количества разбиений.

Определение правильных вершинной и реберной раскрасок. Двудольный граф как пример графа, раскрашиваемого в два цвета.

Хроматическое число графа. Планарные (плоские) графы, их связь с картами. Проблема четырех красок. Формула Эйлера для связного плоского графа.

2. Теория графов

Связность графа, компоненты связности. Циклы в графах. Дерево, его определения и свойства. Зависимость минимального количества ребер в графе от числа компонент связности.

Двудольные графы. Критерий двудольности.

Выделение остовного дерева. Подвешивание графа. Дополнительный граф. Использование графов в теории чисел, комбинаторной геометрии.

Ориентированные графы, их свойства и область применения.

Критерий существования эйлерова пути, эйлерова цикла в графе. Разбиение произвольного графа в объединение простых путей и непересекающихся циклов. Гамильтонов путь, гамильтонов цикл в графе. Существование гамильтонова пути в полном ориентированном графе. Примеры графов без гамильтоновых циклов.

3. Комбинаторная геометрия

Раскраски плоскости с определенными свойствами. Задачи о нахождении одноцветных и разноцветных точек на определенном расстоянии. Раскраски паркетов. Раскраска объемных фигур.

Определение выпуклого множества. Различные определения выпуклых многоугольников, их эквивалентность. Понятие о триангуляции. Лемма о диагонали. Триангуляция произвольного многоугольника. Доказательство формул суммы градусных мер внутренних и внешних углов многоугольника. Связь триангуляций с деревьями. Лемма о наличии в триангуляции двух треугольников с двумя сторонами, совпадающими со сторонами многоугольника.

Опорная прямая многоугольника. Выпуклая оболочка системы точек. Построение выпуклой оболочки. Использование при решении задач и доказательстве утверждений.

Планируемые результаты освоения курса внеурочной деятельности

Личностные результаты

формирование представлений о математике, как части общечеловеческой культуры, о значимости математики в развитии цивилизации и современного общества;

развитие логического и критического мышления, культуры речи, способности к умственному эксперименту;

формирование интеллектуальной честности и объективности, способности к преодолению мыслительных стереотипов, вытекающих из обыденного опыта;

воспитание качеств личности, обеспечивающих социальную мобильность, способность принимать самостоятельные решения;

формирование качеств мышления, необходимых для адаптации в современном информационном обществе;

развитие интереса к математическому творчеству и математических способностей.

Метапредметные результаты

Регулятивные:

ставить и формулировать проблемы, самостоятельно создавать алгоритмы деятельности при решении проблем поискового характера;

составлять план и последовательность действий;

определять последовательность промежуточных целей и соответствующих им действий с учетом конечного результата;

предвидеть возможность получения конкретного результата при решении задач;

осуществлять констатирующий и прогнозирующий контроль по результату и способу действия;

адекватно оценивать правильность и ошибочность выполнения учебной задачи, ее объективную трудность и собственные возможности ее решения.

Познавательные:

самостоятельно выделять и формулировать познавательные цели;

устанавливать причинно-следственные связи; строить логические рассуждения, умозаключения (индуктивные, дедуктивные, по аналогии), выводы;

использовать информационно-коммуникационные технологии;

видеть математическую задачу в других дисциплинах, окружающей жизни;

выдвигать гипотезы при решении задач и понимать необходимость их проверки;

осуществлять деятельность, направленную на решение задач исследовательского характера;

выбирать наиболее эффективные и рациональные способы решения задач;

интерпретировать информацию (структурировать, переводить из текстового формата в табличный или графический) в том числе с использованием информационно-коммуникационных технологий;

оценивать информацию (критическая оценка, оценка достоверности);

устанавливать причинно-следственные связи;

обобщать понятия — осуществлять логическую операцию перехода от видовых признаков к родовому понятию, от понятия с меньшим объемом к понятию с большим объемом;

осуществлять сравнение, классификацию, самостоятельно выбирая основания и критерии для указанных логических операций;

строить логическое рассуждение, включающее установление причинно-следственных связей.

Коммуникативные:

организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками: определять цели, распределять функции и роли участников;

взаимодействовать и находить общие способы работы; работать в группе; находить общее решение и разрешать конфликты на основе согласования позиций и учета интересов, слушать партнера; формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение;

прогнозировать возникновение конфликтов при наличии разных точек зрения;

разрешать конфликты на основе учета интересов и позиций всех участников;

координировать и принимать различные позиции во взаимодействии;

координировать свою позицию с позициями партнеров в сотрудничестве при выработке общего решения в совместной деятельности;

задавать вопросы, необходимые для организации собственной деятельности и сотрудничества с партнером;

осуществлять взаимный контроль и оказывать в сотрудничестве необходимую взаимопомощь.

Предметные результаты

К концу обучения в пятом классе обучающийся научится:

I. АРИФМЕТИКА

1. Суммы

- вычислять суммы чисел, идущих через равные промежутки, с помощью разбиения на пары;
- применять формулу суммы всех натуральных чисел от 1 до n;
- использовать подсчет суммы чисел в задачах о разбиении на пары групп чисел с равной суммой.

2. Числа и их свойства

- конструировать примеры с дробями;
- применять арифметические свойства дробей, правила сокращения дробей в задачах-конструктивах;
- решать задачи о равномерном распределении частей между несколькими людьми.

3. Закономерности

- проводить предварительный анализ в задачах-конструктивах;
- использовать разбиение на подзадачи при построении геометрических и числовых конструкций.

4. Время и движение

- строить и применять нестандартные схемы (чертежи) к задачам на движение;
- изображать скорости движения в частях (единичных отрезках);
- использовать более крупные единицы времени, НОД и НОК для уравнивания расстояний.

II. ГЕОМЕТРИЯ

1. Геометрическое мышление

- изображать развертки простых пространственных фигур (куб, параллелепипед, пирамида);
- подбирать подходящие разные развертки куба и прямоугольного параллелепипеда для решения задач;
- изображать три вида объемной фигуры;
- восстанавливать возможную форму пространственной фигуры по ее трем видам.

2. Площади

- применять метод перебора в геометрических задачах, соображения симметрии для его упрощения;
- использовать фигуры пентамино при решении задач на разрезание;

- вводить вспомогательную сетку (с укрупненными или уменьшенными клетками, наклонную сетку) для вычисления площадей фигур на клетчатой бумаге;

- применять параллельный перенос на клетчатой бумаге для упрощения вычисления площадей фигур;

- проводить предварительный анализ в задачах о перекраивании фигур;

- находить возможные способы разрезания и составления фигур в задачах о перекраивании фигур с помощью метода «проб и ошибок», принципа «узких мест».

3. Геометрические неравенства

- рассматривать все неэквивалентные варианты взаимного расположения нескольких точек на прямой;

- вычислять координату середины отрезка на числовой прямой;

- находить расстояние между серединами отрезков на числовой прямой по координатам вершин этих отрезков.

III. АЛГЕБРА

1. От чисел к буквам

- вводить удобную переменную в нестандартных текстовых задачах;

- составлять и решать уравнение с одной переменной.

2. Функциональные зависимости

- устанавливать взаимно однозначное соответствие между элементами двух множеств;

- использовать взаимно однозначное соответствие (разбиение на пары) для сравнения количества элементов в двух множествах;

- применять метод разбиения на пары при решении комбинаторных задач.

3. Неравенства и оценки

- доказывать оценки значения величины «сверху» и «снизу»;

- использовать оценки «сверху» и «снизу» для ограничения перебора числовых значений величины;

- применять двусторонние оценки для доказательства единственности возможного значения неизвестной.

IV. ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

1. Делимость

- применять свойства делимости, признаки делимости на 2, 4, 8, 5, 25, 10, 3, 9 при решении нестандартных задач;

- доказывать обобщения признаков делимости (признаки делимости на степени двойки, степени пятерки);

- использовать разложение натурального числа на простые множители в задачах-конструктивах и задачах на доказательство;

- фиксировать и применять инвариантность свойства делимости некоторой величины в процессах.

2. Остатки

- определять остаток от деления числа на 2, 4, 8, 5, 10, 3, 9 с помощью соответствующего признака делимости;

- использовать свойство делимости на n разности числа и его остатка от деления на n при решении задач.

V. ЛОГИКА

1. Математическая логика

- находить с помощью метода перебора все варианты ответа в логических задачах;

- анализировать высказывания о существовании и всеобщности, использовать их отрицания при решении логических задач;

- строить отрицания высказываний со связками «больше», «меньше», «больше или равно», «меньше или равно».

2. Принципы решения задач

- применять метод «анализ с конца» (метод обратного хода) при решении текстовых и логических задач;

- использовать табличную форму записи решения текстовой задачи с помощью «анализа с конца»;

- использовать идею доказательства «от противного» при решении задач о наибольшем или наименьшем возможном значении величины (задачи с вопросом «сколько нужно взять»).

3. Алгоритмы и конструкции

- составлять алгоритмы угадывания с помощью вопросов, на которые можно отвечать только «да» и «нет»;

- использовать табличную форму записи шагов алгоритма угадывания.

4. Игры и стратегии

- строить и обосновывать симметричную стратегию, симметричную стратегию «с центром» в математических играх для двух игроков;

- приводить примеры неверного использования симметричной стратегии;

- конструировать выигрышную стратегию на основе анализа выигрышных и проигрышных позиций в игре.

VI. КОМБИНАТОРИКА И ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

1. Комбинаторика

- применять правила суммы (правило «ИЛИ») и произведения (правило «И») в комбинаторных задачах;

- решать задачи, требующие комбинации этих двух правил.

2. Теория множеств

- применять метод дополнения, теоретико-множественные модели для решения задач о подсчетах;

- вычислять количество натуральных чисел в диапазоне, делящихся или не делящихся на некоторое n.

VII. КОМБИНАТОРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

1. Раскраски и разбиения

- использовать шахматную раскраску доски, других объектов для проведения оценок и доказательств;

- использовать шахматную раскраску для конструирования примеров.

2. Теория графов

- строить более сложные интерпретации задач в терминах теории графов (графы шахматных фигур);

- вычислять количество ребер в полном графе, графе шахматной фигуры;

- представлять турнир в виде графа;

- изображать двудольный граф.

3. Комбинаторная геометрия

- строить регулярные покрытия плоскости равными фигурами (паркеты);

- использовать для замощения правильные многоугольники, выпуклые и невыпуклые фигуры.

Обучающийся получит возможность научиться при решении олимпиадных задач самостоятельно:

- анализировать текст задачи, внетекстовую информацию;

- анализировать вопрос (требование) задачи;

- находить взаимосвязи между условиями задачи и использовать их для построения модели и хода решения;

- строить модели на основе уже известных (числовой луч, схема, таблица, диаграмма Эйлера — Венна, граф, дерево вариантов);

- составлять алгоритм решения задачи;

- находить «узкие места» задачи и использовать их при конструировании примеров;

- применять метод перебора;

- строить логические рассуждения в устной и письменной форме;

- описывать устно «путь к решению», то есть логическое рассуждение, которое позволило прийти к решению (конструкции, доказательству);

- преодолевать кажущиеся противоречия, связанные с недостаточным анализом условия задачи;

- проверять ответ (пример) на соответствие всем условиям задачи;

- проверять ход доказательства на отсутствие противоречий и необоснованных выводов;

- делать краткую (схематичную) запись решения задачи, логического рассуждения;

- формулировать в письменном виде полный текст логического рассуждения.

К концу обучения в шестом классе обучающийся научится:

I. АРИФМЕТИКА

1. Суммы

- определять неизвестную, значение которой можно выразить двумя способами, и вычислять ее значения (применять метод подсчета двумя способами);

- использовать метод подсчета двумя способами в доказательствах «от противного», при решении задач с арифметическими таблицами, геометрических задач;

- составлять уравнения на основе подсчета неизвестной двумя способами;

- доказывать и применять при решении задач свойства среднего арифметического набора чисел (изменение при увеличении всех чисел набора на некоторое число и в некоторое число раз; оценка среднего арифметического сверху и снизу наибольшим и наименьшим числами набора; неизменность среднего арифметического при добавлении числа, равного среднему арифметическому чисел набора).

2. Числа и их свойства

- строить конструкции с отрицательными числами;

- использовать отрицательные числа в задачах с числовыми оценками.

3. Закономерности

- конструировать сложные арифметические, геометрические примеры с помощью метода последовательного конструирования;

- доказывать возможность существования конструкции методом последовательного конструирования;

- определять необходимое количество базовых конструкций в задачах с последовательным конструированием.

4. Время и движение

- составлять схемы к задачам про движение по кругу, в том числе схем с единичными дугами;

- решать задачи о количестве пересечений стрелок часов, их взаимном расположении;

- вычислять градусные меры дуг между часовой, минутной, секундной стрелками.

II. ГЕОМЕТРИЯ

1. Геометрическое мышление

- изображать пространственные фигуры по набору свойств (количество вершин, ребер, граней);

- строить развертки более сложных многогранников, восстанавливать вид пространственной фигуры по ее развертке;

- решать задачи об оклеивании объемных фигур, построении путей на поверхности таких фигур.

2. Площади

- строить разрезания неклетчатых фигур на равные части;

- использовать вспомогательную сетку для разрезания неклетчатых фигур.

3. Геометрические неравенства

- применять неравенство треугольника при решении простых геометрических и текстовых задач;

- доказывать неравенство треугольника с помощью построений циркулем и линейкой.

III. АЛГЕБРА

1. От чисел к буквам

- применять запись числа в виде суммы разрядных слагаемых (a + 10b + 100c + …) для сведения задачи к уравнению в цифрах;

- решать уравнения в цифрах с помощью метода перебора и использования свойств делимости.

2. Функциональные зависимости

- использовать пропорции и их свойства при решении нестандартных текстовых задач.

3. Неравенства и оценки

- подбирать промежуточное число (посредника) для доказательства числовых неравенств, сравнения чисел;

- использовать метод введения переменной для доказательства числовых неравенств, сравнения чисел.

IV. ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

1. Делимость

- доказывать и применять в задачах признаки делимости, связанные с десятичной записью числа (на 7, 11, 13 и др.);

- решать задачи на оценку и пример, связанные с делимостью (на нахождение наименьшего числа с указанными свойствами делимости, наименьшей возможной суммой цифр).

2. Остатки

- записывать в общем виде целое число с определенным остатком от деления на n;

- использовать арифметические свойства остатков при решении задач;

- применять свойство зацикливания остатков при возведении числа в степень, определять остаток данной степени числа.

V. ЛОГИКА

1. Математическая логика

- применять метод «от противного»;

- строить отрицания высказываний с логическими связками «и», «или», сложных высказываний, применять эти отрицания в доказательствах «от противного»;

- решать логические задачи на оценку и пример;

- решать задачи о расположении объектов по кругу.

2. Принципы решения задач

- применять принцип Дирихле (избыток, недостаток) для решения задач;

- использовать доказательство «от противного» для решения задач, требующих обобщения принципа Дирихле;

- решать геометрические задачи с помощью принципа Дирихле.

3. Алгоритмы и конструкции

- составлять алгоритмы взвешиваний;

- использовать представление результатов взвешиваний с помощью дерева вариантов;

- доказывать невозможность построения алгоритма взвешиваний при недостаточном количестве доступных взвешиваний.

4. Игры и стратегии

- строить стратегии в играх «на опережение»;

- доказывать, что один из игроков может обеспечить себе ничью.

VI. КОМБИНАТОРИКА И ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

1. Комбинаторика

- вычислять количество анаграмм данного слова с различными и повторяющимися буквами;

- выводить формулы для числа перестановок с помощью правила произведения.

2. Теория множеств

- использовать метод введения переменной в задачах про множества.

VII. КОМБИНАТОРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

1. Раскраски и разбиения

- использовать различные виду раскрасок досок для доказательства невозможности разрезания доски на определенные части.

2. Теория графов

- формулировать условие задачи в терминах теории графов;

- применять лемму о рукопожатиях для подсчета количества ребер в графе;

- использовать свойство четности количества вершин нечетной степени в графе в доказательствах;

- доказывать лемму о хороводах.

3. Комбинаторная геометрия

- применять невыпуклые фигуры при конструировании;

- определять все возможные значения количества сторон при пересечении многоугольников.

Обучающийся получит возможность научиться при решении олимпиадных задач самостоятельно:

- анализировать текст задачи, внетекстовую информацию;

- анализировать вопрос (требование) задачи;

- находить взаимосвязи между условиями задачи и использовать их для построения модели и хода решения;

- строить модели на основе уже известных (числовой луч, схема, таблица, диаграмма Эйлера — Венна, граф, дерево вариантов);

- составлять алгоритм решения задачи;

- строить отрицания сложных высказываний и использовать метод «от противного» для доказательства вспомогательных утверждений;

- находить «узкие места» задачи и использовать их при конструировании примеров;

- применять метод перебора;

- строить логические рассуждения в устной и письменной форме;

- формулировать и доказывать необходимые вспомогательные свойства (леммы);

- преодолевать кажущиеся противоречия, связанные с недостаточным анализом условия задачи;

- проверять ответ (пример) на соответствие всем условиям задачи;

- проверять ход доказательства на отсутствие противоречий и необоснованных выводов;

- фиксировать противоречия в ходе перебора случаев и делать выводы об их невозможности;

- формулировать в письменном виде полный текст решения задачи.

К концу обучения в седьмом классе обучающийся научится:

I. АРИФМЕТИКА

1. Суммы

- вычислять длинные суммы способом «телескопического суммирования»;

- использовать формулы сокращенного умножения, разложения многочленов на множители для вычисления сумм.

2. Числа и их свойства

- использовать свойства рациональных чисел при решении нестандартных задач;

- строить конструкции с рациональными числами.

3. Закономерности

- обобщать числовую задачу на задачу с переменной;

- составлять и доказывать формулы числовых закономерностей в арифметических, геометрических, логических и комбинаторных задачах.

4. Время и движение

- решать задачи на движение с помощью перехода в движущуюся систему координат;

- учитывать протяженность объектов в задачах на движение;

- изображать схемы к нестандартным задачам на движение по реке и задачам, которые описывают схожий тип движения.

II. ГЕОМЕТРИЯ

1. Геометрическое мышление

- решать задачи на построение с использованием соображений симметрии;

- решать нестандартные задачи на нахождение ГМТ (геометрического места точек).

2. Площади

- доказывать и применять формулу площади произвольного треугольника;

- вычислять площади неклетчатых фигур с помощью разрезания на элементарные части (прямоугольники и треугольники).

3. Геометрические неравенства

- использовать осевую симметрию при доказательстве геометрических неравенств;

- решать задачу о нахождении кратчайшего пути между двумя точками, находящимися по одну сторону от заданной прямой и касающегося этой прямой.

4. Аналитические методы в геометрии

- доказывать теорему Пифагора с помощью метода дополнения и алгебраических интерпретаций;

- применять теорему Пифагора при решении задач на разрезание.

III. АЛГЕБРА

1. От чисел к буквам

- применять способы разложения многочленов на множители при решении нестандартных алгебраических задач;

- использовать формулы сокращенного умножения для решения таких задач;

- применять метод замены числовых значений переменными для упрощения числовых выражений.

2. Функциональные зависимости

- применять свойства линейной функции при решении нестандартных задач.

3. Неравенства и оценки

- доказывать арифметические свойства неравенств и применять их при решении задач;

- доказывать неравенства с помощью выделения полных квадратов;

- доказывать и применять неравенство Коши (о среднем арифметическом и среднем геометрическом для двух чисел);

- использовать в доказательстве неравенств метод разбиения одночленов на слагаемые, прибавления и вычитания некоторого одночлена;

- доказывать и применять неравенство о сумме квадратов трех чисел и их попарных произведениях.

IV. ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

1. Делимость

- обосновывать корректность алгоритма Евклида и применять его при решении числовых задач, задач о делимости;
- доказывать и применять свойства НОД и НОК;
- доказывать теорему о линейном представлении НОД;
- решать линейные уравнения в целых числах.

2. Остатки

- ограничивать множество возможных решений текстовых задач, уравнений в целых числах с помощью перебора по остаткам;
- составлять таблицы возможных остатков квадратов, кубов чисел;
- использовать свойства сравнений по модулю при решении задач;
- решать сравнения с помощью сведения к линейным уравнениям в целых числах.

V. ЛОГИКА

1. Математическая логика

- использовать дополнительную раскраску и разбиение на группы для решения логических задач на оценку и пример;
- строить отрицание логического следования.

2. Принципы решения задач

- применять принцип «узких мест» для конструирования примеров и доказательства утверждений;
- использовать идею упорядочивания числовых рядов по возрастанию/убыванию, рассмотрения наибольшего или наименьшего числа в ряду для конструирования примеров и доказательства утверждений;
- применять геометрический принцип крайнего.

3. Алгоритмы и конструкции

- использовать «жадный» алгоритм для составления примеров, доказательства максимальности или минимальности;
- применять «жадный» алгоритм при последовательном конструировании;
- приводить примеры задач, в которых «жадный» алгоритм не дает оптимальный ответ.

4. Игры и стратегии

- конструировать стратегии в математических играх для двух игроков, основанные на предварительном разбиении ходов на пары;
- разрабатывать стратегии в математических играх для двух игроков, основанные на создании «заповедников».

VI. КОМБИНАТОРИКА И ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

1. Комбинаторика

- находить число способов размещения с повторениями и без повторений;
- выводить формулу для числа размещений в виде произведения и в виде отношения факториалов;
- находить число сочетаний;
- выводить формулу для числа сочетаний;
- различать ситуации, в которых нужно подсчитать число размещений и число сочетаний;
- доказывать равенства для чисел сочетаний алгебраически и комбинаторно;

- решать задачи на подсчет количества способов, связанные с числом размещений и сочетаний.

2. Теория множеств

- выводить и использовать формулу включений-исключений для трех множеств.

VII. КОМБИНАТОРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

1. Раскраски и разбиения

- применять разбиение на группы объектов двух типов, расположенных по кругу;

- использовать метод разбиения досок на непересекающиеся части для доказательства оценок;

- решать задачи с помощью усреднения (с подсчетом общего числа разбиений).

2. Теория графов

- использовать свойства связности, понятие компонент связности графа при решении задач;

- применять графы-деревья для решения задач;

- использовать двудольные графы и их свойства для решения задач.

3. Комбинаторная геометрия

- доказывать свойства раскрасок плоскости;

- решать задачи о существовании одноцветных и разноцветных точек на определенном расстоянии на плоскости;

- решать задачи о правильной раскраске объемных фигур.

Обучающийся получит возможность научиться при решении олимпиадных задач самостоятельно:

- анализировать текст задачи, внетекстовую информацию;

- анализировать вопрос (требование) задачи;

- находить взаимосвязи между условиями задачи и использовать их для построения модели и хода решения;

- строить модели на основе уже известных (график на координатной плоскости, схема, таблица, диаграмма Эйлера — Венна, граф, уравнение, неравенство);

- выбирать общий подход к решению задачи;

- при необходимости корректировать ход решения задачи в процессе ее решения;

- конструировать собственный способ решения задачи;

- применять общие принципы решения задач (анализ «узких мест», принцип крайнего, масштабирование задачи, индуктивные рассуждения);

- формулировать и доказывать необходимые вспомогательные свойства (леммы);

- проверять решение задачи на соответствие условиям и требованиям, непротиворечивость математическому и жизненному опыту;

- излагать решение задачи в письменной и устной форме.

К концу обучения в восьмом классе обучающийся научится:

I. АРИФМЕТИКА

1. Суммы

- работать с рекуррентными соотношениями;
- выделять и доказывать закономерности, связанные с рядом Фибоначчи;
- доказывать свойства чисел Фибоначчи, связанные с суммированием.

2. Числа и их свойства

- доказывать иррациональность чисел вида n, где n — натуральное число, не являющееся точным квадратом;
- доказывать иррациональность чисел, являющихся суммой таких чисел;
- использовать свойства сопряженных чисел при решении задач;
- применять свойства рациональности и иррациональности суммы, разности, произведения и частного иррациональных чисел;
- доказывать свойства периодических и непериодических десятичных дробей, связанные с конечностью и бесконечностью повторения цифр.

3. Закономерности

- составлять формулы закономерностей;
- доказывать алгебраические равенства и формулы закономерностей с помощью метода математической индукции;
- применять метод математической индукции в случае, когда шаг индукции отличен от 1.

4. Время и движение

- решать задачи на движение с помощью введения нескольких переменных и дальнейшего рационального решения получающейся линейной или нелинейной системы уравнений;
- применять известные неравенства (неравенство Коши, неравенство Штурма) при решении сложных задач на движение.

II. ГЕОМЕТРИЯ

1. Геометрическое мышление

- применять дополнительные построения при решении геометрических задач (удвоение медианы, откладывание равного отрезка на продолжении стороны («спрямление»), построение середины отрезка, проведение высот, вспомогательной окружности).

2. Площади

- вычислять площади фигур с помощью приема трансформации площадей;
- доказывать равенство площадей фигур с помощью приема трансформации площадей.

3. Геометрические неравенства

- доказывать и использовать при решении задач неравенство ломаной (обобщение неравенства треугольника);
- доказывать и применять при решении задач теорему о монотонности периметра.

4. Аналитические методы в геометрии

- применять метод координат для решения геометрических задач;
- использовать векторы и их свойства в геометрических задачах на доказательство.

III. АЛГЕБРА

1. От чисел к буквам

- доказывать и применять при решении задач свойства многочленов с целыми коэффициентами;
- использовать теорему Виета для решения нестандартных задач;
- применять свойства квадратного трехчлена при решении задач.

2. Функциональные зависимости

- применять геометрический смысл коэффициентов квадратного трехчлена, график квадратного трехчлена для решения задач;
- исследовать относительное расположение графиков квадратных трехчленов с определенными свойствами;
- находить максимальное/минимальное значение квадратичной функции;
- использовать симметричность графика квадратичной функции относительно прямой, проходящей через вершину параболы.

3. Неравенства и оценки

- доказывать и применять транснеравенство для доказательства неравенств;
- доказывать и применять неравенство Чебышева;
- определять свойства неравенств, связанные с перестановками переменных (симметрические, циклические неравенства);
- использовать метод упорядочивания переменных при доказательстве неравенств;
- доказывать и использовать неравенство Коши — Буняковского — Шварца при доказательстве неравенств;
- выводить и применять лемму Титу.

IV. ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

1. Делимость

- использовать понятие степеней вхождения простых чисел для решения нелинейных уравнений в натуральных, целых, целых неотрицательных числах;
- применять метод бесконечного спуска в доказательствах «от противного»;
- использовать соображения делимости при решении нелинейных уравнений в целых числах.

2. Остатки

- доказывать малую теорему Ферма с помощью рассмотрения остатков произведений при делении на p и с помощью метода математической индукции;
- применять малую теорему Ферма для решения теоретико-числовых задач;
- доказывать и применять в задачах теорему Вильсона.

V. ЛОГИКА

1. Математическая логика

- применять принцип крайнего при решении логических задач;
- строить логические формулы и использовать их для построения отрицаний сложных высказываний;
- решать логические задачи со сложными высказываниями;
- применять законы де Моргана;
- строить таблицы истинности.

2. Принципы решения задач

- фиксировать и доказывать наличие инварианта в процессе;

- применять инвариант для доказательства общих утверждений о ходе процесса, для выяснения результата процесса;

- находить и применять инварианты, связанные с делимостью и остатками;

- применять инвариант при решении геометрических задач.

3. Алгоритмы и конструкции

- составлять алгоритмы, не зависящие от промежуточных результатов работы, и обосновывать их корректность;

- применять кодировку числами других систем счисления при построении алгоритмов взвешиваний, угадывания, на клетчатых досках и для доказательства невозможности составления алгоритма с меньшим числом действий.

4. Игры и стратегии

- доказывать существование стратегии в математической игре для двух игроков без приведения самой стратегии.

VI. КОМБИНАТОРИКА И ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

1. Комбинаторика

- применять метод «шаров и перегородок» при решении комбинаторных задач;

- строить взаимно однозначные соответствия между комбинаторными задачами;

- решать задачи о подсчете количества множеств и подмножеств с определенными свойствами.

2. Теория множеств

- выводить комбинаторным способом и использовать формулу включений-исключений для нескольких множеств.

VII. КОМБИНАТОРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

1. Раскраски и разбиения

- строить правильные реберные и вершинные раскраски, доказывать возможность их построения для графа с определенными свойствами.

2. Теория графов

- использовать метод выделения остовного дерева для решения задач теории графов;

- применять метод «подвешивания» графа за вершину для доказательства утверждений теории графов;

- использовать дополнительный граф, рассмотрение «антиребер» при решении задач;

- применять графы в задачах теории чисел, комбинаторной геометрии.

3. Комбинаторная геометрия

- доказывать эквивалентность определений выпуклого многоугольника;

- доказывать возможность триангуляции выпуклого многоугольника;

- доказывать и применять лемму о диагонали;

- выводить и применять формулы суммы градусных мер внутренних и внешних углов многоугольника;

- использовать графы-деревья при решении задач о триангуляции многоугольников.

Обучающийся получит возможность научиться при решении олимпиадных задач самостоятельно:

- анализировать текст задачи, внетекстовую информацию;

- анализировать вопрос (требование) задачи;

- находить взаимосвязи между условиями задачи и использовать их для построения модели и хода решения;

- строить модели на основе уже известных (график на координатной плоскости, схема, таблица, диаграмма Эйлера — Венна, граф, уравнение, неравенство);

- выбирать общий подход к решению задачи;

- при необходимости корректировать ход решения задачи в процессе ее решения;

- конструировать собственный способ решения задачи;

- применять общие принципы решения задач (анализ «узких мест», принцип крайнего, масштабирование задачи, индуктивные рассуждения);

- формулировать и доказывать необходимые вспомогательные свойства (леммы);

- проверять решение задачи на соответствие условиям и требованиям, непротиворечивость математическому и жизненному опыту;

- излагать решение задачи в письменной и устной форме.

К концу обучения в девятом классе обучающийся научится:

I. АРИФМЕТИКА

1. Суммы

- применять свойства арифметической, геометрической прогрессии при решении задач;

- решать задачи с произвольными рекуррентными соотношениями.

2. Числа и их свойства

- применять свойства рациональности и иррациональности в алгебраических, геометрических задачах;

- доказывать невозможность построения правильных многоугольников с вершинами в узлах сетки.

3. Закономерности

- строить доказательства методом математической индукции с более сложными схемами;

- приводить примеры неверного применения метода математической индукции;

- применять метод математической индукции для решения геометрических, комбинаторных, комбинаторно-геометрических, теоретико-числовых задач.

4. Время и движение

- сводить текстовые задачи (на движение, совместную работу и т. д.) к линейным и нелинейным системам с несколькими переменными.

II. ГЕОМЕТРИЯ

1. Геометрическое мышление

- доказывать свойства движений и применять их при решении задач (центральная, осевая, скользящая симметрия, поворот, параллельный перенос);

- доказывать свойства гомотетии, поворотной гомотетии и применять их при решении задач.

2. Площади

- доказывать методом математической индукции формулу Пика для вычисления площадей многоугольников с вершинами в узлах сетки;

- применять формулу Пика при решении задач.

3. Геометрические неравенства

- рассматривать различные случаи в геометрических задачах (в том числе при дополнительном построении).

4. Аналитические методы в геометрии

- применять теоремы синусов и косинусов в доказательствах.

III. АЛГЕБРА

1. От чисел к буквам

- доказывать и применять теорему Безу для многочленов;
- использовать понятие асимптотики при решении задач;
- применять теорему Виета для многочленов n степени.

2. Функциональные зависимости

- решать задачи распознавания функций по их свойствам и значениям;
- выводить интерполяционный многочлен в форме Лагранжа;
- использовать интерполяцию при решении задач.

3. Неравенства и оценки

- доказывать и применять неравенство о средних для n чисел;
- применять метод Штурма для доказательства неравенств.

IV. ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

1. Делимость

- вычислять функцию Эйлера для некоторых чисел;
- доказывать теорему Эйлера и применять ее при решении задач.

2. Остатки

- использовать понятие первообразного корня при решении задач;
- применять порядок (показатель) числа по модулю и его свойства при решении задач;
- доказывать малую теорему Ферма с помощью показателей;
- использовать классы вычетов при доказательстве утверждений.

V. ЛОГИКА

1. Математическая логика

- решать логические задачи, связанные с теорией графов и другими областями математики.

2. Принципы решения задач

- фиксировать и доказывать наличие полуинварианта в процессе;
- применять инвариант для доказательства конечности процесса;
- применять инвариант при решении задач комбинаторной геометрии, теории графов, геометрических задач.

3. Алгоритмы и конструкции

- доказывать невозможность построения алгоритма при определенных условиях;
- оценивать сложность алгоритмов.

4. Игры и стратегии

- конструировать стратегии для игр на графах;
- использовать двоичную систему счисления в задачах теории игр.

VI. КОМБИНАТОРИКА И ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

1. Комбинаторика

- применять бином Ньютона, треугольник Паскаля при решении задач.

2. Теория множеств

- доказывать формулу включений-исключений с помощью метода математической индукции;

- применять взаимно однозначное соответствие множеств для упрощения подсчета количества вариантов.

VII. КОМБИНАТОРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

1. Раскраски и разбиения

- вычислять хроматическое число некоторых графов;

- доказывать планарность графов;

- доказывать и применять теорему Эйлера для связного плоского графа.

2. Теория графов

- доказывать и применять критерии существования эйлерова пути и эйлерова цикла в графе;

- решать задачи о поиске гамильтонова пути и цикла в графе;

- использовать ориентированный граф как модель;

- доказывать существование гамильтонова пути в полном ориентированном графе;

- приводить примеры графов без гамильтоновых циклов.

3. Комбинаторная геометрия

- использовать опорную прямую многоугольника при решении задач;

- доказывать существование выпуклой оболочки множеств;

- использовать выпуклую оболочку для решения задач и доказательства утверждений.

Обучающийся получит возможность научиться при решении олимпиадных задач самостоятельно:

- анализировать текст задачи, внетекстовую информацию;

- анализировать вопрос (требование) задачи;

- находить взаимосвязи между условиями задачи и использовать их для построения модели и хода решения;

- строить модели на основе уже известных (график на координатной плоскости, схема, таблица, диаграмма Эйлера — Венна, граф, уравнение, неравенство);

- выбирать общий подход к решению задачи;

- при необходимости корректировать ход решения задачи в процессе ее решения;

- конструировать собственный способ решения задачи;

- применять общие принципы решения задач (анализ «узких мест», принцип крайнего, масштабирование задачи, индуктивные рассуждения);

- формулировать и доказывать необходимые вспомогательные свойства (леммы);

- проверять решение задачи на соответствие условиям и требованиям, непротиворечивость математическому и жизненному опыту;

- излагать решение задачи в письменной и устной форме.

Тематическое планирование

№ п/п	Наименование разделов/тем	Кол-во часов	Возможность использования ЭОР
	5 класс	**34**	
1	Можно или нельзя?	1	https://peterson.institute
2	Анализ с конца	1	https://peterson.institute
3	Пентамино	1	https://peterson.institute
4	Логичный перебор	1	https://peterson.institute
5	Игра 1. Повторение тем занятий 1–4	1	https://peterson.institute
6	Переверни и сложи	1	https://peterson.institute
7	Паркеты	1	https://peterson.institute
8	Угадай, что я задумал	1	https://peterson.institute
9	От чисел — к буквам	1	https://peterson.institute
10	Игра 2. Повторение тем занятий 6–9	1	https://peterson.institute
11	Делимость и признаки	1	https://peterson.institute
12	Загадка Шахерезады	1	https://peterson.institute
13	Необычные площади	1	https://peterson.institute
14	Отрезки на прямой	1	https://peterson.institute
15	Игра 3. Повторение тем занятий 11–14	1	https://peterson.institute
16	Перекраивание фигур	1	https://peterson.institute
17	Схема помогает!	1	https://peterson.institute
18	Сколько нужно взять?	1	https://peterson.institute
19	Круги Эйлера. Метод дополнения	1	https://peterson.institute
20	Игра 4. Повторение тем занятий 16–19	1	https://peterson.institute
21	Конструкции с дробями	1	https://peterson.institute
22	Числовые оценки	1	https://peterson.institute
23	Признаки делимости и остатки	1	https://peterson.institute
24	Шахматная раскраска	1	https://peterson.institute
25	Семь раз отмерь	1	https://peterson.institute
26	Игра 5. Повторение тем занятий 21–25	1	https://peterson.institute
27	Правила суммы и произведения	1	https://peterson.institute
28	Правила суммы и произведения	1	https://peterson.institute
29	Развертки куба. Виды объемных фигур	1	https://peterson.institute
30	Соответствие	1	https://peterson.institute
31	Игры. Симметричная стратегия	1	https://peterson.institute
32	Увидеть граф	1	https://peterson.institute
33	Игра 6. Повторение тем занятий 27–33	1	https://peterson.institute
34	Подведение итогов года	1	https://peterson.institute

№ п/п	Наименование разделов/тем	Кол-во часов	Возможность использования ЭОР
	6 класс	**34**	
1	Метод «от противного»	1	https://peterson.institute
2	Десятичная запись	1	https://peterson.institute
3	Отрицания высказываний	1	https://peterson.institute
4	Игра 1. Повторение тем занятий 1–3	1	https://peterson.institute
5	Последовательное конструирование	1	https://peterson.institute
6	Среднее арифметическое	1	https://peterson.institute
7	Игры на опережение	1	https://peterson.institute
8	Круги Эйлера. Оценки	1	https://peterson.institute
9	Игра 2. Повторение тем занятий 5–8	1	https://peterson.institute
10	Другие признаки делимости	1	https://peterson.institute
11	Шахматная раскраска (доски)	1	https://peterson.institute
12	Принцип Дирихле	1	https://peterson.institute
13	Пропорциональность	1	https://peterson.institute
14	Игра 3. Повторение тем занятий 10–13	1	https://peterson.institute
15	Сравнение чисел	1	https://peterson.institute
16	Движение по кругу	1	https://peterson.institute
17	Оценка + пример и признаки делимости	1	https://peterson.institute
18	Подсчет двумя способами	1	https://peterson.institute
19	Игра 4. Повторение тем занятий 15–18	1	https://peterson.institute
20	Разложение на простые множители	1	https://peterson.institute
21	Взвешивания	1	https://peterson.institute
22	Перестановки с повторениями и без	1	https://peterson.institute
23	Выигрышные позиции	1	https://peterson.institute
24	Игра 5. Повторение тем занятий 20–23	1	https://peterson.institute
25	Геометрический принцип Дирихле	1	https://peterson.institute
26	Остатки и их свойства	1	https://peterson.institute
27	Конструкции с отрицательными числами	1	https://peterson.institute
28	Графы. Подсчет ребер	1	https://peterson.institute
29	Игра 6. Повторение тем занятий 25–28	1	https://peterson.institute
30	Развертки многогранников	1	https://peterson.institute
31	Неравенство треугольника	1	https://peterson.institute
32	Конструкции с невыпуклыми фигурами	1	https://peterson.institute
33	Игра 7. Повторение тем занятий 30–32	1	https://peterson.institute
34	Подведение итогов года	1	https://peterson.institute

№ п/п	Наименование разделов/тем	Кол-во часов	Возможность использования ЭОР
	7 класс	**34**	
1	От закономерности — к формуле	1	https://peterson.institute
2	Доказательства «от противного»	1	https://peterson.institute
3	Логика. Оценка и пример	1	https://peterson.institute
4	Игра 1. Повторение тем занятий 1–3	1	https://peterson.institute
5	Формула площади треугольника	1	https://peterson.institute
6	Алгоритм Евклида	1	https://peterson.institute
7	Узкие места	1	https://peterson.institute
8	Мощность множеств	1	https://peterson.institute
9	Игра 2. Повторение тем занятий 5–8	1	https://peterson.institute
10	Сравнения по модулю	1	https://peterson.institute
11	Телескопическое суммирование	1	https://peterson.institute
12	Рациональные числа	1	https://peterson.institute
13	Раскраски	1	https://peterson.institute
14	Игра 3. Повторение тем занятий 10–13	1	https://peterson.institute
15	Неравенство треугольника и дополнительные построения	1	https://peterson.institute
16	Принцип крайнего и упорядочивание	1	https://peterson.institute
17	Деревья	1	https://peterson.institute
18	«Жадные» алгоритмы	1	https://peterson.institute
19	Игра 4. Повторение тем занятий 15–18	1	https://peterson.institute
20	Размещения и сочетания	1	https://peterson.institute
21	Раскраска плоскости и ее частей	1	https://peterson.institute
22	Стратегия разбиения на пары	1	https://peterson.institute
23	Линейные диофантовы уравнения	1	https://peterson.institute
24	Игра 5. Повторение тем занятий 20–23	1	https://peterson.institute
25	Формулы сокращенного умножения	1	https://peterson.institute
26	Задачи на построение	1	https://peterson.institute
27	Относительное движение	1	https://peterson.institute
28	Неравенство Коши	1	https://peterson.institute
29	Игра 6. Повторение тем занятий 25–28	1	https://peterson.institute
30	Линейная функция	1	https://peterson.institute
31	Линейная функция	1	https://peterson.institute
32	Двудольные графы	1	https://peterson.institute
33	Игра 7. Повторение тем занятий 30–32	1	https://peterson.institute
34	Подведение итогов года	1	https://peterson.institute

№ п/п	Наименование разделов/тем	Кол-во часов	Возможность использования ЭОР
	8 класс	**34**	
1	Повторение	1	https://peterson.institute
2	Логические формулы	1	https://peterson.institute
3	Числа Фибоначчи и их применение	1	https://peterson.institute
4	Слишком много переменных	1	https://peterson.institute
5	Линейная функция	1	https://peterson.institute
6	Игра 1. Повторение тем занятий 2–5	1	https://peterson.institute
7	Инвариант	1	https://peterson.institute
8	Симметрия и дополнительные построения	1	https://peterson.institute
9	Метод математической индукции. Введение	1	https://peterson.institute
10	Принцип крайнего в логических задачах	1	https://peterson.institute
11	Игра 2. Повторение тем занятий 7–10	1	https://peterson.institute
12	Иррациональные числа	1	https://peterson.institute
13	Существование стратегии	1	https://peterson.institute
14	Нелинейные уравнения в целых числах	1	https://peterson.institute
15	Разбиения	1	https://peterson.institute
16	Игра 3. Повторение тем занятий 12–15	1	https://peterson.institute
17	Квадратный трехчлен. Алгебра	1	https://peterson.institute
18	Неравенство ломаной и «резинки»	1	https://peterson.institute
19	Алгоритмы «по плану»	1	https://peterson.institute
20	Квадратный трехчлен. Геометрия	1	https://peterson.institute
21	Многочлены и их свойства	1	https://peterson.institute
22	Игра 4. Повторение тем занятий 17–21	1	https://peterson.institute
23	Метод математической индукции	1	https://peterson.institute
24	Эйлеровы и гамильтоновы пути	1	https://peterson.institute
25	Вычеты	1	https://peterson.institute
26	Формула Пика	1	https://peterson.institute
27	Игра 5. Повторение тем занятий 23–26	1	https://peterson.institute
28	Неравенства о средних. Транснеравенство	1	https://peterson.institute
29	Число сочетаний. Повторение	1	https://peterson.institute
30	Число сочетаний. Шары и перегородки	1	https://peterson.institute
31	Формула включений-исключений	1	https://peterson.institute
32	Неравенство Коши—Буняковского—Шварца	1	https://peterson.institute
33	Выпуклость. Выпуклая оболочка	1	https://peterson.institute
34	Подведение итогов года	1	https://peterson.institute

№ п/п	Наименование разделов/тем	Кол-во часов	Возможность использования ЭОР
	9 класс	**34**	
1	Повторение	1	https://peterson.institute
2	Задачи, сводящиеся к системам уравнений	1	https://peterson.institute
3	Треугольник Паскаля	1	https://peterson.institute
4	Графы и логика	1	https://peterson.institute
5	Полуинвариант	1	https://peterson.institute
6	Игра 1. Повторение тем занятий 2–5	1	https://peterson.institute
7	Индукция в неалгебраических задачах	1	https://peterson.institute
8	Движения плоскости	1	https://peterson.institute
9	Распознавание функций	1	https://peterson.institute
10	Геометрический метод доказательства неравенств	1	https://peterson.institute
11	Игра 2. Повторение тем занятий 7–10	1	https://peterson.institute
12	Эйлеровы пути и циклы	1	https://peterson.institute
13	Игры и двоичная система	1	https://peterson.institute
14	Гомотетия	1	https://peterson.institute
15	Функция и теорема Эйлера	1	https://peterson.institute
16	Игра 3. Повторение тем занятий 12–15	1	https://peterson.institute
17	Прогрессии. Рекуррентные соотношения	1	https://peterson.institute
18	Формула Пика	1	https://peterson.institute
19	Приложения иррациональных чисел	1	https://peterson.institute
20	Гамильтоновы пути и циклы	1	https://peterson.institute
21	Вычеты и показатели	1	https://peterson.institute
22	Игра 4. Повторение тем занятий 17–21	1	https://peterson.institute
23	Неравенство о средних для нескольких чисел	1	https://peterson.institute
24	Хроматическое число графа	1	https://peterson.institute
25	Теорема Безу	1	https://peterson.institute
26	Неравенства. Метод Штурма	1	https://peterson.institute
27	Игра 5. Повторение тем занятий 23–26	1	https://peterson.institute
28	Изоморфизм множеств и задач	1	https://peterson.institute
29	Бином Ньютона	1	https://peterson.institute
30	Планарные графы и формула Эйлера	1	https://peterson.institute
31	Теоремы синусов и теорема косинусов	1	https://peterson.institute
32	Выпуклая оболочка	1	https://peterson.institute
33	Игра 6. Повторение тем занятий 28–32	1	https://peterson.institute
34	Подведение итогов года	1	https://peterson.institute

Поурочное планирование

№ п/п	Наименование разделов/тем	Кол-во часов	Возможность использования ЭОР
	5 класс	**34**	
1	Можно или нельзя?	1	https://peterson.institute
2	Анализ с конца	1	https://peterson.institute
3	Пентамино	1	https://peterson.institute
4	Логичный перебор	1	https://peterson.institute
5	Игра 1. Повторение тем занятий 1–4	1	https://peterson.institute
6	Переверни и сложи	1	https://peterson.institute
7	Паркеты	1	https://peterson.institute
8	Угадай, что я задумал	1	https://peterson.institute
9	От чисел — к буквам	1	https://peterson.institute
10	Игра 2. Повторение тем занятий 6–9	1	https://peterson.institute
11	Делимость и признаки	1	https://peterson.institute
12	Загадка Шахерезады	1	https://peterson.institute
13	Необычные площади	1	https://peterson.institute
14	Отрезки на прямой	1	https://peterson.institute
15	Игра 3. Повторение тем занятий 11–14	1	https://peterson.institute
16	Перекраивание фигур	1	https://peterson.institute
17	Схема помогает!	1	https://peterson.institute
18	Сколько нужно взять?	1	https://peterson.institute
19	Круги Эйлера. Метод дополнения	1	https://peterson.institute
20	Игра 4. Повторение тем занятий 16–19	1	https://peterson.institute
21	Конструкции с дробями	1	https://peterson.institute
22	Числовые оценки	1	https://peterson.institute
23	Признаки делимости и остатки	1	https://peterson.institute
24	Шахматная раскраска	1	https://peterson.institute
25	Семь раз отмерь	1	https://peterson.institute
26	Игра 5. Повторение тем занятий 21–25	1	https://peterson.institute
27	Правила суммы и произведения	1	https://peterson.institute
28	Правила суммы и произведения	1	https://peterson.institute
29	Развертки куба. Виды объемных фигур	1	https://peterson.institute
30	Соответствие	1	https://peterson.institute
31	Игры. Симметричная стратегия	1	https://peterson.institute
32	Увидеть граф	1	https://peterson.institute
33	Игра 6. Повторение тем занятий 27–33	1	https://peterson.institute
34	Подведение итогов года	1	https://peterson.institute

№ п/п	Наименование разделов/тем	Кол-во часов	Возможность использования ЭОР
	6 класс	**34**	
1	Метод «от противного»	1	https://peterson.institute
2	Десятичная запись	1	https://peterson.institute
3	Отрицания высказываний	1	https://peterson.institute
4	Игра 1. Повторение тем занятий 1–3	1	https://peterson.institute
5	Последовательное конструирование	1	https://peterson.institute
6	Среднее арифметическое	1	https://peterson.institute
7	Игры на опережение	1	https://peterson.institute
8	Круги Эйлера. Оценки	1	https://peterson.institute
9	Игра 2. Повторение тем занятий 5–8	1	https://peterson.institute
10	Другие признаки делимости	1	https://peterson.institute
11	Шахматная раскраска (доски)	1	https://peterson.institute
12	Принцип Дирихле	1	https://peterson.institute
13	Пропорциональность	1	https://peterson.institute
14	Игра 3. Повторение тем занятий 10–13	1	https://peterson.institute
15	Сравнение чисел	1	https://peterson.institute
16	Движение по кругу	1	https://peterson.institute
17	Оценка + пример и признаки делимости	1	https://peterson.institute
18	Подсчет двумя способами	1	https://peterson.institute
19	Игра 4. Повторение тем занятий 15–18	1	https://peterson.institute
20	Разложение на простые множители	1	https://peterson.institute
21	Взвешивания	1	https://peterson.institute
22	Перестановки с повторениями и без	1	https://peterson.institute
23	Выигрышные позиции	1	https://peterson.institute
24	Игра 5. Повторение тем занятий 20–23	1	https://peterson.institute
25	Геометрический принцип Дирихле	1	https://peterson.institute
26	Остатки и их свойства	1	https://peterson.institute
27	Конструкции с отрицательными числами	1	https://peterson.institute
28	Графы. Подсчет ребер	1	https://peterson.institute
29	Игра 6. Повторение тем занятий 25–28	1	https://peterson.institute
30	Развертки многогранников	1	https://peterson.institute
31	Неравенство треугольника	1	https://peterson.institute
32	Конструкции с невыпуклыми фигурами	1	https://peterson.institute
33	Игра 7. Повторение тем занятий 30–32	1	https://peterson.institute
34	Подведение итогов года	1	https://peterson.institute

№ п/п	Наименование разделов/тем	Кол-во часов	Возможность использования ЭОР
	7 класс	**34**	
1	От закономерности — к формуле	1	https://peterson.institute
2	Доказательства «от противного»	1	https://peterson.institute
3	Логика. Оценка и пример	1	https://peterson.institute
4	Игра 1. Повторение тем занятий 1–3	1	https://peterson.institute
5	Формула площади треугольника	1	https://peterson.institute
6	Алгоритм Евклида	1	https://peterson.institute
7	Узкие места	1	https://peterson.institute
8	Мощность множеств	1	https://peterson.institute
9	Игра 2. Повторение тем занятий 5–8	1	https://peterson.institute
10	Сравнения по модулю	1	https://peterson.institute
11	Телескопическое суммирование	1	https://peterson.institute
12	Рациональные числа	1	https://peterson.institute
13	Раскраски	1	https://peterson.institute
14	Игра 3. Повторение тем занятий 10–13	1	https://peterson.institute
15	Неравенство треугольника и дополнительные построения	1	https://peterson.institute
16	Принцип крайнего и упорядочивание	1	https://peterson.institute
17	Деревья	1	https://peterson.institute
18	«Жадные» алгоритмы	1	https://peterson.institute
19	Игра 4. Повторение тем занятий 15–18	1	https://peterson.institute
20	Размещения и сочетания	1	https://peterson.institute
21	Раскраска плоскости и ее частей	1	https://peterson.institute
22	Стратегия разбиения на пары	1	https://peterson.institute
23	Линейные диофантовы уравнения	1	https://peterson.institute
24	Игра 5. Повторение тем занятий 20–23	1	https://peterson.institute
25	Формулы сокращенного умножения	1	https://peterson.institute
26	Задачи на построение	1	https://peterson.institute
27	Относительное движение	1	https://peterson.institute
28	Неравенство Коши	1	https://peterson.institute
29	Игра 6. Повторение тем занятий 25–28	1	https://peterson.institute
30	Линейная функция	1	https://peterson.institute
31	Линейная функция	1	https://peterson.institute
32	Двудольные графы	1	https://peterson.institute
33	Игра 7. Повторение тем занятий 30–32	1	https://peterson.institute
34	Подведение итогов года	1	https://peterson.institute

№ п/п	Наименование разделов/тем	Кол-во часов	Возможность использования ЭОР
	8 класс	**34**	
1	Повторение	1	https://peterson.institute
2	Логические формулы	1	https://peterson.institute
3	Числа Фибоначчи и их применение	1	https://peterson.institute
4	Слишком много переменных	1	https://peterson.institute
5	Линейная функция	1	https://peterson.institute
6	Игра 1. Повторение тем занятий 2–5	1	https://peterson.institute
7	Инвариант	1	https://peterson.institute
8	Симметрия и дополнительные построения	1	https://peterson.institute
9	Метод математической индукции. Введение	1	https://peterson.institute
10	Принцип крайнего в логических задачах	1	https://peterson.institute
11	Игра 2. Повторение тем занятий 7–10	1	https://peterson.institute
12	Иррациональные числа	1	https://peterson.institute
13	Существование стратегии	1	https://peterson.institute
14	Нелинейные уравнения в целых числах	1	https://peterson.institute
15	Разбиения	1	https://peterson.institute
16	Игра 3. Повторение тем занятий 12–15	1	https://peterson.institute
17	Квадратный трехчлен. Алгебра	1	https://peterson.institute
18	Неравенство ломаной и «резинки»	1	https://peterson.institute
19	Алгоритмы «по плану»	1	https://peterson.institute
20	Квадратный трехчлен. Геометрия	1	https://peterson.institute
21	Многочлены и их свойства	1	https://peterson.institute
22	Игра 4. Повторение тем занятий 17–21	1	https://peterson.institute
23	Метод математической индукции	1	https://peterson.institute
24	Эйлеровы и гамильтоновы пути	1	https://peterson.institute
25	Вычеты	1	https://peterson.institute
26	Формула Пика	1	https://peterson.institute
27	Игра 5. Повторение тем занятий 23–26	1	https://peterson.institute
28	Неравенства о средних. Транснеравенство	1	https://peterson.institute
29	Число сочетаний. Повторение	1	https://peterson.institute
30	Число сочетаний. Шары и перегородки	1	https://peterson.institute
31	Формула включений-исключений	1	https://peterson.institute
32	Неравенство Коши—Буняковского—Шварца	1	https://peterson.institute
33	Выпуклость. Выпуклая оболочка	1	https://peterson.institute
34	Подведение итогов года	1	https://peterson.institute

№ п/п	Наименование разделов/тем	Кол-во часов	Возможность использования ЭОР
	9 класс	**34**	
1	Повторение	1	https://peterson.institute
2	Задачи, сводящиеся к системам уравнений	1	https://peterson.institute
3	Треугольник Паскаля	1	https://peterson.institute
4	Графы и логика	1	https://peterson.institute
5	Полуинвариант	1	https://peterson.institute
6	Игра 1. Повторение тем занятий 2–5	1	https://peterson.institute
7	Индукция в неалгебраических задачах	1	https://peterson.institute
8	Движения плоскости	1	https://peterson.institute
9	Распознавание функций	1	https://peterson.institute
10	Геометрический метод доказательства неравенств	1	https://peterson.institute
11	Игра 2. Повторение тем занятий 7–10	1	https://peterson.institute
12	Эйлеровы пути и циклы	1	https://peterson.institute
13	Игры и двоичная система	1	https://peterson.institute
14	Гомотетия	1	https://peterson.institute
15	Функция и теорема Эйлера	1	https://peterson.institute
16	Игра 3. Повторение тем занятий 12–15	1	https://peterson.institute
17	Прогрессии. Рекуррентные соотношения	1	https://peterson.institute
18	Формула Пика	1	https://peterson.institute
19	Приложения иррациональных чисел	1	https://peterson.institute
20	Гамильтоновы пути и циклы	1	https://peterson.institute
21	Вычеты и показатели	1	https://peterson.institute
22	Игра 4. Повторение тем занятий 17–21	1	https://peterson.institute
23	Неравенство о средних для нескольких чисел	1	https://peterson.institute
24	Хроматическое число графа	1	https://peterson.institute
25	Теорема Безу	1	https://peterson.institute
26	Неравенства. Метод Штурма	1	https://peterson.institute
27	Игра 5. Повторение тем занятий 23–26	1	https://peterson.institute
28	Изоморфизм множеств и задач	1	https://peterson.institute
29	Бином Ньютона	1	https://peterson.institute
30	Планарные графы и формула Эйлера	1	https://peterson.institute
31	Теоремы синусов и теорема косинусов	1	https://peterson.institute
32	Выпуклая оболочка	1	https://peterson.institute
33	Игра 6. Повторение тем занятий 28–32	1	https://peterson.institute
34	Подведение итогов года	1	https://peterson.institute

Учебно-методическое обеспечение образовательного процесса

1. Петерсон Л. Г. Система и структура учебной деятельности в контексте современной методологии. Монография. / Л.Г. Петерсон, Ю.В. Агапов, М.А. Кубышева и др.

2. Петерсон Л.Г. Деятельностный метод обучения: построение непрерывной сферы образования / Л.Г. Петерсон, М.А. Кубышева и др.

3. Анисимов О.С. Методологический словарь для стратегов. Т.1 / О.С. Анисимов.

4. Анисимов О.С. Гегель: мышление и развитие (путь к культуре мышления).

5. Венгер Л.А. Педагогика способностей.

7. Маслоу А. Мотивация и личность.

7. Хинчин А.Я. О воспитательном эффекте уроков математики //Математика в школе.

8. Петерсон Л.Г., Агаханова О.Н. Программа курса внеурочной деятельности «Олимпиадная математика». 1–9 классы / Подготовка учащихся общеобразовательных школ к решению нестандартных задач.

9. Петерсон Л.Г., Агаханова О.Н. Математический театр: II ступень курса «Олимпиадная математика» для 3–9 классов: учебное пособие.

10. Предметные олимпиады. 5-11 классы Математика. /Л.Н. Дегтярь, Е.Ю. Дюмина, А.А. Махонина и др.

11. Занимательная арифметика / Я.И. Перельман.

12. Примени математику / И.Н. Сергеев, С.Н. Олехник, С.Б. Гашков.

13. Математическая шкатулка: Пособие для учащихся 4-8 классов/ Ф.Ф. Нагибин, Е.С. Канин.

14. Задачи на смекалку 5-6 классы: Учебное пособие для образовательных учреждений, И.Ф. Шарыгин, А.В. Шевкин.

15. 1000 и 1 задача по математике. Книга для учащихся 5-7 классов. /А.В. Спивак.